INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.
El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.
No se premite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN **A**

1. (2 puntos). Calcular $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x^2+2x}$

2. (2 puntos). a) (1 punto). Calcular los valores de a y b para que la función

$$f(x)=\begin{cases} 3x+2 & si \quad x<0 \\ x^2+2a\cos x & si \quad 0\le x<\pi \\ ax^2+b & si \quad x\ge\pi \end{cases}$$

sea continua para todo valor de x.

b) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior.

3. (3 puntos). Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) (1 punto). Comprobar que $\det(A^2)=(\det(A))^2$ y que $\det(A+I)=\det(A)+\det(I)$.

b) (0,5 puntos). Sea M una matriz cuadrada de orden 2. ¿Se puede asegurar que se cumple que $\det(M^2)=(\det(M))^2$?. Razonar la respuesta.

c) (1,5 puntos). Encontrar todas las matrices cuadradas M, de orden 2, tales que:

$$\det(M+I)=\det(M)+\det(I).$$

4. (3 puntos). Se consideran los puntos $A(0,1,0)$ y $B(1,0,1)$. Se pide:

a) (1 punto). Escribir la ecuación que deben verificar los puntos $X(x,y,z)$ que equidistan de A y B.

b) (0,5 puntos). Determinar la ecuación que verifican los puntos $X(x,y,z)$ cuya distancia a A es igual a la distancia de A a B.

c) (1,5 puntos). Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta formada por los puntos $C(x,y,z)$ del plano $x+y+z=3$ tales que el triángulo ABC es rectángulo con el ángulo recto en el vértice A.

OPCIÓN **B**

1. (2 puntos). a) (1 punto). Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y-3z=0 \\ 2x+3y-z=5 \end{cases}$$

   b) (1 punto). Hallar la solución del sistema anterior tal que la suma de los valores correspondientes a cada una de las tres incógnitas sea igual a 4.

2. (2 puntos). a) (1 punto). Hallar todas las matrices $A=\begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$ distintas de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ tales que $A^2=A$.

   b) (1 punto). Para una cualquiera de las matrices A obtenidas en el apartado a), calcular

$$M=A+A^2+\ldots+A^{10}$$

3. (3 puntos). Dada la función $f(x)=xe^{2x}$, se pide:
   a) (1,5 puntos). Dibujar su gráfica indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.
   b) (1,5 puntos). Calcular el área comprendida entre el eje OX y la gráfica de $f(x)$ entre $-1 \le x \le 1$.

4. (3 puntos). Un plano π corta a los ejes de coordenadas en los puntos A(1,0,0) , B(0,λ,0) , C(0,0,4). Se pide:
   a) (1,5 puntos). Hallar el valor de $\lambda>0$ de manera que el volumen del tetraedro OABC (donde O es el origen), sea 2.
   b) (1,5 puntos). Para el valor de λ obtenido en el apartado a), calcular la longitud de la altura del tetraedro OABC correspondiente al vértice O.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Descomposición en fracciones simples: 1 punto.
   Resolución de la integral: 1 punto.

2. Apartado a): 1 punto.
   Apartado b): 1 punto.

3. Apartado a): 1 punto.
   Apartado b): 0,5 puntos.
   Apartado c): 1,5 puntos.

4. Apartado a): Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
   Apartado b): 0,5 puntos.
   Apartado c): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

1. Apartado a): 1 punto.
   Apartado b): 1 punto.

2. Apartado a): Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
   Apartado b): 1 punto.

3. Apartado a): Estudio de la función, 1 punto. Dibujo de la gráfica, 0,5 puntos.
   Apartado b): 1,5 puntos.

4. Apartado a): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.
   Apartado b): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.